UNIVERSITETI I PRISHTINËS

FAKULTETI I INXHINIERISË MEKANIKE

PRISHTINË

STUDIMET POSTDIPLOMIKE

PUNIM SEMINARIK NGA MATEMATIKA III

Zgjidhja e ekuacioneve të rendeve të larta me anë të metodave të përafërta numerike

Prishtinë 2007

Kandidati:

BSc. eng. Jakup Berisha

Mentori:

Prof. Dr. Sc. Sadri Shkodra

Detyra.1:

Të gjinden rrënjët reale të ekuacionit të rendit të tretë me anë të metodave të përafërta, me atë të **Sekantës** dhe **Tangjentës**(Njutnit) me saktësi më të vogël se 0.001.

Ekuacioni i dhënë është:

$$X^3+\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)X^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)X-\frac{\sqrt{6}}{2}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(*)$$

Së pari i llogarisim koeficientët iracionalë deri me dy decimale dhe do të fitojmë:

$$X^3-0.18X^2-2.61X-1.22=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(**)$$

Në shprehjen (**) caktojmë kufirin e sipërm të rrënjëve reale pozitive me formulën e Lagranzhit si në vijim:

$$\mathbf{K = 1 +} \sqrt[m]{\frac{|a|}{a_0}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(A)$$

Ku a_m= - 0.18 (koeficienti i parë negativë) gjindet tek kufiza me fuqi 2 pra, m=2 dhe

a=*-2.61* është kufiza me vlerë më të vogël negative si dhe a_o=*1* (para X^3).

Kur këto të dhëna i zavendësojmë në formulën e lagranzhit apo formualën (A), do të fitojmë:

$$\mathbf{K = 1 +} \sqrt{\frac{2.61}{1}} \;=>\; \mathbf{K=1+}\sqrt{2.61} \quad \mathbf{K= 1+ 1.61} \;=>\; \mathbf{K= 2.61}$$

Ku ***K= 2.61*** është kufiri i sipërm rrënjëve pozitive të shprehjes (**).

Për t’a gjetur kufirin e poshtëm të rrënjëve negative të (**), duhet që në shprehjen (**) të bëhet zëvendësimi **x = -t** dhe fitohet:

$$t^3-0.18t^2+2.61t-1.22=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(B)$$

Duke e përdorur metodën e **Lagranzhit** për shprehjen (B), gjejmë kufirin e sipërm të rrënjëve pozitive, pra:

$a_m = 2.61, \quad m = 3, \quad a = 2.61$

Nga: K=1+$\sqrt[3]{2.61} = 2.37 \Rightarrow K = 2.37 = -k \Rightarrow k = -2.37$

Kufiri i poshtëm i rrënjëve negative te shprehjes (**) do të jetë k = -2.37.

Ne këtë mënyrë, gjetëm se të gjitha rrënjet reale të shprehjes (**) ndodhen në intervalin

(-(2.37), (2.61)).

Këtu, vargun e funksioneve të Shturm-it e formojnë polinomet :

$f(x) = x^3 - 0.18x^2 - 2.61x - 1.22$

$f'(x) = 3(x^2 - 0.12x - 0.87)$

$f_1(x) = x + 0.6$

$f_2(x) = 0.27$

ku numri i variacioneve të këtij vargu për x = -2.37 dhe x = 2.61 është:

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	W (x)
-(2.37)	-	+	-	+	3
(2.61)	+	+	+	+	0

Pra, konkludojmë se ekuacioni i dhënë në intervalin (-(2.37), (2.61)) ka tri rrënjë.

Për ndarjen e këtyre rrënjëve përcaktojmë numrin e variacioneve për: –(2.37), (1.37), 0, (1.61) dhe (2.61).

X	$f(x)$	$f'(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	W (x)	W (x) - W(x+1)
-(2.37)	-	+	-	+	3	0
-(1.37)	-	+	-	+	3	2
0	-	-	+	+	1	0
(1.61)	-	+	+	+	1	1
(2.61)	+	+	+	+	0	

Nga tabela e fundit shihet se në intervalin ((-1.37), 0) ekuacioni (**) ka dy rrënjë reale kurse në intervalin ((1.61), (2.61)) ka një rrënjë reale.

Në vazhdim, do të bëjmë përgjysmimin e intervalit ((-1.37), 0) dhe do të fitojmë intervalet: ((-1.37), (-0.68)) dhe ((-0.68), 0).

Tani do ti vendosim rezultatet e fituara në tabelën e mëposhtme:

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	W (x)	W (x) - W(x+ 1)
-1.37	-	+	-	+	3	1
-0.68	+	-	-	+	2	1
0	-	-	+	+	1	

Pra, konkludojmë se, rrënjët reale të ekuacionit të dhënë (**) gjenden në intervalet:

((-1.37), (-0.68); ((-0.68), 0); ((1.61), (2.61)).

Tani do të llogarisim rrënjën e ekuacionit (**) që gjendet në intervalin ((1.61), (2.61)).

E përgjysmojmë intervalin e dhënë dhe fitojmë intervalin ((1.61), (2.11)).

I njehsojmë vlerat e funksionit: $f(x) = x^3 - 0.18x^2 - 2.61x - 1.22$ në skaje të intervalit të fituar.

Pra, shohim se: $f(1.61)f(2.11) = -117 \text{x} 186 < 0$ nga kjo konstatojmë se, rrënja e kërkuar gjendet në intervalin e fundit.

Tash e përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((1.86), (2.11)).

E provojmë edhe për këtë interval se a do të vlen $f(1.86)f(2.11) = -0.26 \text{ x } 0.56 < 0$ dhe do të shohim se, rrënja e kërkuar ndodhet edhe në këtë interval.

E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((1.95), (2.11)).

Provojmë se a vlen $f(1.95)f(2.11) = 0.42x0.56 > 0$.

Në këtë interval nuk gjendet rrënja e kërkuar. Tani e formojmë intervalin, ((1.61), (1.95)) dhe shohim se a vlenë $f(1.61)f(1.95) = -171 \times 0.42 < 0$ dhe konstatojmë se në këtë interval është rrënja e kërkuar. E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe fitojmë intervalin ((1.78), (1.95)), në të cilin provojmë se a plotësohet kushti : $f(1.78)f(1.95) = -0.19x0.42 < 0$ dhe do të konstatojmë se rrënja e kërkuar është në këtë interval. E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((1.86), (1.95)). Provojmë se $f(1.86)f(1.95) < 0$ dhe konstatojmë se rrënja e kërkuar është edhe në këtë interval. E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((1.85), (1.95)) dhe shohim se $f(1.85)f(1.95) < 0$ nga konstatojmë se rrënja e kërkuar është në intervalin e fundit. Tash e përgjysmojmë atë interval dhe do të fitojmë intervalin ((1.85), (1.9)) dhe shohim se $f(1.85)f(1.9) < 0$ prej nga shihet se rrënja e kërkuar është në kët interval. E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((1.87), (1.9)) për të cilin gjithashtu vlenë $f(1.87)f(1.9) < 0$. Në intervalin e fundit, do të aplikojmë paralelisht dy metodat e përafërta për caktimin e rrënjëve, metodën e sekantës dhe të tangjentës.

Më poshtë kemi **formulën për llogaritjen e përafërt të rrënjëve të ekuacionit me metodën e Sekantës** :

$$X_n = X_{n-1} - \frac{f(X_{n-1})(b - X_{n-1})}{f(b) - f(X_{n-1})} \quad , \quad \text{ku : } a = x_{0,} x_{1,} x_2, ..., x_n : \{x_n\}, ku \{x_n \approx \alpha\}$$

dhe $n = 1,2,3,4,\ldots$

Kurse **për metodën e Tangjentës apo Njutnit zbatojmë formulën e mëposhtëme**:

$$X_n = X_{n-1} - \frac{f(X_{n-1})}{f'(X_{n-1})} \text{ ku } n = 1,2,3,4,\ldots \text{ dhe për } n = 1 \Rightarrow x_0 = b$$

$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \alpha$ d.m.th x_n është shumë afër α apo $\{x_n \approx \alpha\}$.

Në bazë të këtyre formulave dhe llogaritjeve të bëra gjer më tani në gjetjen e intervaleve, në vijim do të gjejmë rrënjët e ekuacionit të dhënë me këto dy metoda.

1. Me metodën e Tangjentës do të fitojmë rrënjën e pare apo X_1 si në vijim:

$X_1 = 1.87 - \dfrac{f(1.87)}{f'(1.87)}$, ku pas llogaritjes fitohet vlera: $X_1 = 1.89649171$

2. Me metodën e Sekantës do të kemi:

$X_n' = X_{n-1}' - \dfrac{f\left(X_{n-1}'\right)\left(b - X_{n-1}'\right)}{f\left(b\right) - f\left(X_{n-1}'\right)}$ nga kjo shprehje e përgjithshme do të kemi:

$X_1' = X_0' - \dfrac{f\left(X_0'\right)\left(b - X_0'\right)}{f\left(b\right) - f\left(X_0'\right)} = 1.895903029$, ku $X_0' = a = 1.87$ dhe b=1.9

pra $X_1' = 1.895903029$.

Pasi që, ndryshimi i këtyre dy rrënjeve apo rezultateve të përafërta është:

$\left|X_1 - X_1'\right| = \left|1.89649171 - 1.895903029\right| = \left|0.00006\right| = 0.00006 < 0.001$ prandaj konstatojmë se, me këto aproksimacione kemi arritur saktësinë e dëshiruar dhe se për zgjidhje të përafërt mund të merret, $X_1 = 1.89649171$ dhe $X_1' = 1.895903029$.

Tani do të kërkojmë rrënjën në intervalin, ((-1.37), (-0.68)). Fillimisht e përgjysmojmë këtë interval dhe do të fitojmë: ((-1.37), (-1.25)) në të cilin provojmë se a vlenë kushti:

f(-1.37)*f*(-1.25) = -0.55x0.27 < 0, nga kjo shihet se rrënja e kërkuar është në këtë interval.

E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((-1.1975), (-1.025)), për të cilin vlenë: *f*(-1.1975)*f*(-1.025) = -0.007x0.27 < 0 dhe shihet se, edhe në këtë interval është rrënja e kërkuar.

Prapë, e përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë: ((-1.1975), (-1.11125)). Tash do të provojmë se në intervalin e fundit vlenë: *f*(-1.1975)*f*(-1.11125) = -0.007x0.0085 < 0 dhe nga rezultati i fituar, konstatojmë se, rrënja e kërkuar është edhe në këtë interval.

Sqarim**: është shënuar me X_1' që të dallohet se është rrënja e fituar me **metodën e sekantës.

Në intervalin e fundit, aplikojmë paralelisht, metodën e Tangjentës dhe të sekantës dhe fitojmë si në vijim.

Me metodën e Tangjentës do të kemi:

$X_2 = 1.1975 - \frac{f(-1.1975)}{f'(-1.1975)}$ ku pas llogaritjes do të fitojmë se: $X_2 = -1.164591521$

Ndërkaq **me metodën e Sekantës** do të kemi si në vijim:

$$X_2' = X_1' - \frac{f(X_1')(b - X_1')}{f(b) - f(X_1')} = ... = -1.1642098403$$

ku janë: a = -1.1975, b = -1.11125 dhe pas llogaritjes do të fitojmë rrënjën:

$X_2' = -1.1642098403$.

Pasi që, ndryshimi në mes të këtyre aproksimacioneve është:

$$|X_2 - X_2'| = |-0.0000381681| = 0.0000381681 < 0.001$$

prandaj konstatojmë se, **me këto aproksimacione kemi arritur saktësinë e dëshiruar apo kushtin e kërkuar për saktësi** dhe për zgjidhje të përafërt mund të mirren:

$X_2 = -1.164591521$ dhe $X_2' = -1.1642098403$.

Tani, do të kërkojmë rrënjën në intervalin ((-0.68), 0), fillimisht e përgjysmojmë atë dhe do të fitojmë: ((-0.68), (-0.34)), në të cilin provojmë se a vlenë: *f(*-0.68*)f(-0.34)= - 0.39x0.15 < 0* dhe nga kjo shihet se, rrënja e kërkuar është në kët interval. E përgjysmojmë intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((-0.595), (-0.51)), në të cilin shihet se: *f(*-0.595*)f(-0.51)= 0.058(-0.068) < 0*, në kët interval do të **përdorim metodën e Tangjentës** dhe do të fitojmë sin ë vijim:

$X_n = X_{n-1} - \frac{f(X_{n-1})}{f'(X_{n-1})}$ dhe pas llogaritjes do të fitojmë vlerën e përafërt për rrënjën e kërkuar

$X_3 = -0.05510774335$.

E përgjysmojmë përsëri intervalin e fundit dhe do të fitojmë intervalin: ((-0.595), (-0.5525)), në të cilin duhet të vertetojmë se vlenë, *f(*-0.595*)f(-0.5525)=0.058(-0.0016) < 0* d.m.th në kët interval gjendet rrënja e kërkuar.

Në intervalin e fundit do të **përdorim metodën e Tangjentës** dhe do të fitojmë vleren tjetër. Nisemi nga formula e përgjithshme:

$$X_n = X_{n-1} - \frac{f\left(X_{n-1}\right)}{f'\left(X_{n-1}\right)}$$

dhe pas llogaritjes do të fitojmë vlerën: $X_3' = -0.5535534142$.

Pasi që, ndryshimi në mes të këtyre aproksimacioneve është:

$$\left|X_3 - X_3'\right| = \left|-0.5510774335 + 0.55355534142\right| = \left|0.00024759806\right| = 0.00024759806 < 0.001$$

prandaj konstatojmë se, me këto aproksimacione kemi arritur saktësinë e dëshiruar dhe për zgjidhje të përafërt mund të mirret:

$X_3 = -0.5510774335$ dhe $X_3' = 0.5535534142$.

Prandaj, propozojmë që, zgjidhjet e përafërta të kërkuara të jenë:

$X_1 = 1.89649171$

$X_2 = -1.164591521$

$X_3 = -0.5510774335$.

Vlerat ekstreme të funksionit i gjejmë me llogaritjen e derivatit të parë dhe kushtin se, kur ai derivat do të jetë i barabartë me zero, si në vijim :

$$f'(x) = 3X^2 - 0.36X - 2.61$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3X^2 - 0.36X - 2.61 = 0$$

$$X_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \frac{0.36 \pm \sqrt{(0.36)^2 + 12(2.61)}}{6} = \frac{0.36 \pm 5.61}{6}$$

Prej nga rrjedh se :

$X_1 = 0.99$, $X_2 = -0.87$ dhe $Y_1 = -3.01$, $Y_2 = 0.25$.

Prej këtyre rezultateve të fituara, mund të kemi pasqyrë të qartë se si do të duket grafiku i funksionit në fjalë apo shprehja (*) e që shihet në figurën në faqen vijuese.

Zgjidhjet e përafërta që përmendëm më lartë ishin :

$$X_1 = 1.89649171$$

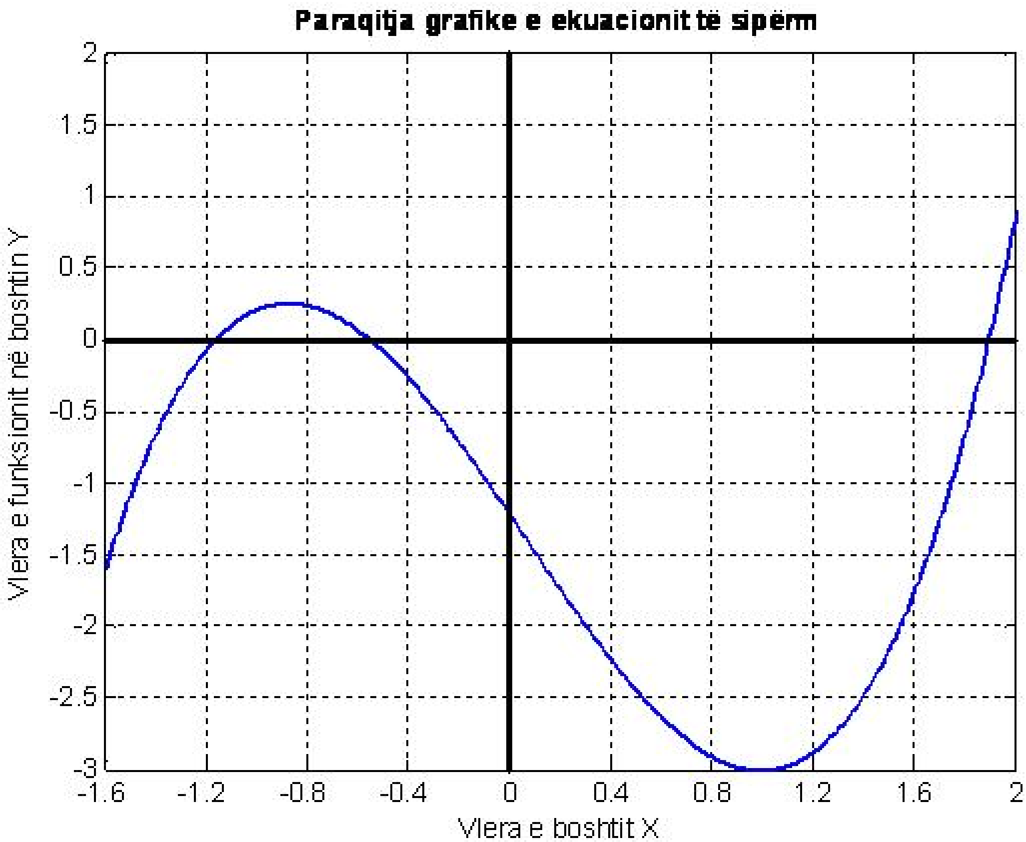
$$X_2 = -1.164591521$$

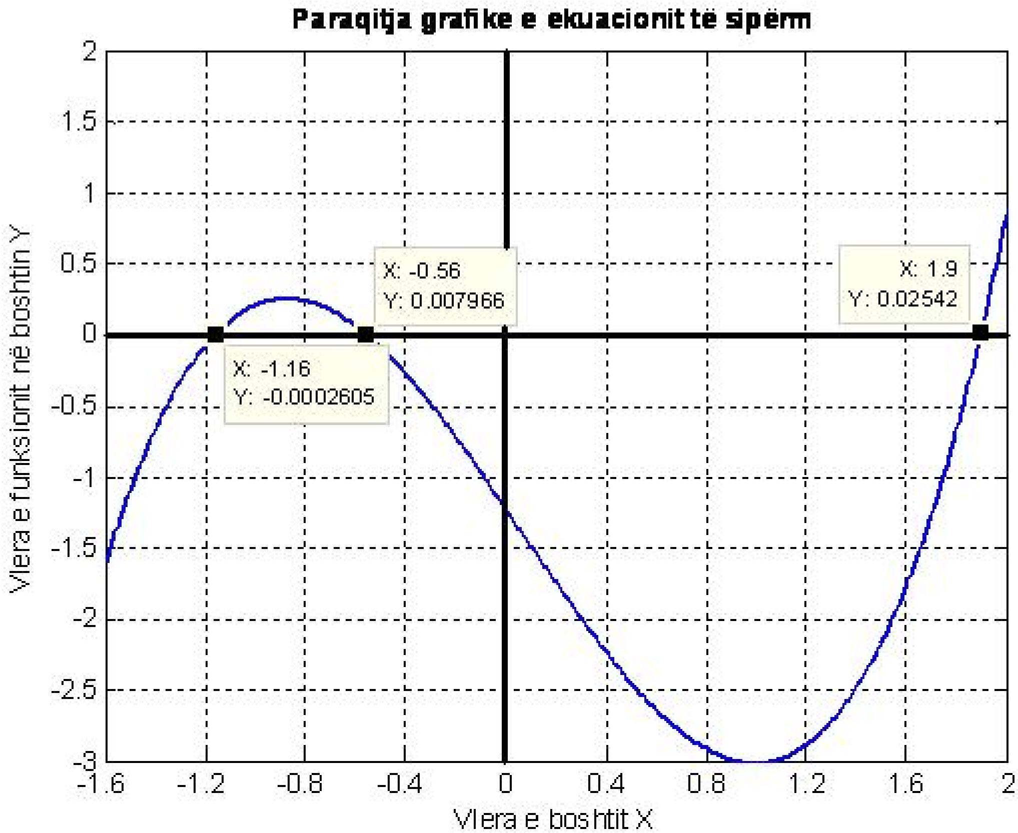
$$X_3 = -0.5510774335.$$

Nëse ekuacionin (**) i cili fitohet nga ekuacioni (*) pas llogaritjes së shprehjeve në kllapa, e vendosim ne një softver të avancuar matematikorë siq është programi, MATLAB do të fitojmë grafikun si në figurat e mëposhtme:

$$X^3 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2} - \sqrt{2}\right) X^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) X - \frac{\sqrt{6}}{2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

$$X^3 - 0.18X^2 - 2.61X - 1.22 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (**)$$





Në grafikun e ekuacionit të dhënë, shihen tri rrënjët e përafërta të cilat i kemi llogaritur me dy metodat e perafërta, të Sekantës dhe atë të Tangjentës.

$X_1 = 1.89649171$

$X_2 = -1.164591521$

$X_3 = -0.5510774335$

Ekuacionet e shkallës së tretë dhe të katërt

Për zgjidhjen e detyrës së dytë dhe detyrës së tretë, ju kam referuar ligjeratave të Prof. Dr. Sc. **Sadri Shkodra** nga lënda Matematika III, teorisë për ekuacionet e shkallës së tretë dhe të katërt të literaturës së cekur nën numrin rendorë 1, gjegjësisht librit '**Kursi i algjebrës së lartë**', **A. Minga**, faqe 105-115.

Detyra.2: Të zgjidhet ekuacioni i shkallës së tretë me metodën e Cardano-s.

$$X^3 + 6X^2 + 3X - 4 = 0$$

Detyra.3: Të zgjidhet ekuacioni i shkallës së katërt me metodën e Eulerit dhe Cardano-s sipas udhëzimeve nga ligjeratat nga Matematika III dhe teksti lartëpërmendur.

$$X^4 - 4X^3 + 6X^2 - 2X + 1 = 0$$

$\boxed{x^3 + 6x^2 + 3x - 4 = 0}$

$\boxed{x = a + x'}$

$(a + x')^3 + 6(a + x')^2 + 3(a + x') - 4 = 0$

$a^3 + 3a^2 x' + 3ax'^2 + x'^3 + 6(a^2 + 2ax' + x'^2) + 3a + 3x' - 4 = 0$

$a^3 + 3a^2 x' + 3ax'^2 + x'^3 + 6a^2 + 12ax' + 6x'^2 + 3a + 3x' - 4 = 0$

$x'^3 + (3a + 6)x'^2 + (3a^2 + 12a + 3)x' + (a^3 + 6a^2 + 3a - 4) = 0$

$3a + 6 = 0$

$3a = -6 / : 3$

$a = -\dfrac{6}{3}$

$\boxed{a = -2}$

$\boxed{x = -2 + x'}$

$x'^3 + (3(-2)^2 + 12(-2) + 3)x' + ((-2)^3 + 6(-2)^2 + 3(-2) - 4) = 0$

$x'^3 + (12 - 24 + 3)x' + (-8 + 24 - 6 - 4) = 0$

$x'^3 - 9x' + +6 = 0$

$x' = u + v /^3$

$x'^3 = (u + v)^3$

$x'^3 = u^3 + 3u^2 v + 3uv^2 + v^3$

$x'^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u + v)$

$x'^3 = u^3 + v^3 + 3uvx'$

$x'^3 - 3uvx' - (u^3 + v^3) = 0$

$-3uv = -9 / : (-3) \Rightarrow uv = \dfrac{-9}{-3} \Rightarrow uv = 3 /^3 \Rightarrow u^3 v^3 = 27$

$-(u^3 + v^3) = 6 / : (-1) \Rightarrow u^3 + v^3 = -6$

Nga – formulat – e – Vietit – për – ekuacione – kuadratike – kemi :

$u^3 v^3 = 27 \Rightarrow Z_1 Z_2 = 27$

$u^3 + v^3 = -6 \Rightarrow Z_1 + Z_2 = -6$

$Z^2 + 6Z + 27 = 0$

$$Z_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 108}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{-72}}{2} = \frac{-6 \pm 6i\sqrt{2}}{2}$$

$$Z_{1/2} = \frac{-6 \pm 6i\sqrt{2}}{2} = -\frac{6}{2} \pm \frac{6}{2} i\sqrt{2} = -3 \pm 3i\sqrt{2} \Rightarrow$$

$\boxed{Z_1 = -3 + 3i\sqrt{2}}$

$\boxed{Z_2 = -3 - 3i\sqrt{2}}$

$u^3 = Z_1 \Rightarrow u = \sqrt[3]{Z_1} \Rightarrow u = \sqrt[3]{-3 + 3i\sqrt{2}}$

$v^3 = Z_2 \Rightarrow v = \sqrt[3]{Z_2} \Rightarrow v = \sqrt[3]{-3 - 3i\sqrt{2}}$

$Z_1 = r_1(\cos\phi_1 + i\sin\phi_1)$

$r_1 = \sqrt{(-3)^2 + (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{9 + 18} = \sqrt{27}$

$\boxed{r_1 = \sqrt{27}}$

$$\phi_1 = \pi - arctg\frac{3\sqrt{2}}{3} = \pi - arctg\sqrt{2}$$

$$Z_1 = r_1(\cos\phi_1 + i\sin\phi_1) \Rightarrow Z_1 = \sqrt{27}(\cos(\pi - arctg\sqrt{2}) + i\sin(\pi - arctg\sqrt{2}))$$

$$u = \sqrt[3]{Z_1} \Rightarrow u = \sqrt[3]{\sqrt{27}}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\boxed{u = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)}$$

$$uv = 3 \Rightarrow v = \frac{3}{u}$$

$$v = \frac{3(\cos 0 + i\sin 0)}{\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)}$$

$$v = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}\left(\cos(0 - \frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}) + i\sin(0 - \frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$v = \sqrt{3}\left(\cos(-\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}) + i\sin(-\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$\boxed{v = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)}$$

$$\boxed{x_1' = u + v} \Rightarrow zavendësojmë - shprehjet - e - fituara:$$

$$x_1' = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right) + \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$x_1' = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right) = \sqrt{3}\,2\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}$$

Sqarim:

$$W = \sqrt[3]{1} \,/^3 \Rightarrow W^3 = 1$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$W^3 - 1 = 0 \Rightarrow (W - 1)(W^2 + W + 1) = 0$$

$$W - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{W_3 = 1}$$

$$W^2 + W + 1 = 0$$

$$W_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{\varepsilon_1 = W_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = W_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

$$\boxed{x_1' = 2\sqrt{3}\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$x_2' = u\varepsilon_1 + v\varepsilon_2 \Rightarrow \varepsilon_1 = W_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_3' = u\varepsilon_2 + v\varepsilon_1 \Rightarrow \varepsilon_2 = W_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\varepsilon_1 = r_1(\cos\phi_1 + i\sin\phi_1)$$

$$r_1 = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1 \Rightarrow \boxed{r_1 = 1}$$

$$\phi_1 = \pi - arctg\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \pi - arctg\sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi - \pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \boxed{\phi_1 = \frac{2\pi}{3}}$$

$$Nga:\varepsilon_1=r_1(\cos\phi_1+i\sin\phi_1)\Rightarrow\boxed{\varepsilon_1=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}}$$

$$\varepsilon_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\varepsilon_2=r_2(\cos\phi_2+i\sin\phi_2)$$

$$r_2=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{4}{4}}=\sqrt{1}=1\Rightarrow\boxed{r_2=1}$$

$$\phi_2=\pi+arctg\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=\pi+arctg\sqrt{3}=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi+\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow\boxed{\phi_2=\frac{4\pi}{3}}$$

$$\boxed{\varepsilon_2=\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}}$$

$$x_2'=u\varepsilon_1+v\varepsilon_2$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}\right)\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}\right)\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left(\cos(\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+\frac{2\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+\frac{2\pi}{3})\right)+\sqrt{3}\left(\cos(-\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3})+i\sin(-\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3})\right)\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi-arctg\sqrt{2}+2\pi}{3}+i\sin\frac{\pi-arctg\sqrt{2}+2\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\left(\cos(\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3})+i\sin(\frac{4\pi}{3}-\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left(\cos\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}\right)+\sqrt{3}\left(\cos\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left(\cos\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+\cos\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3}+i\sin\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$x_2'=\sqrt{3}\left((\cos\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+\cos\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3})+i(\sin\frac{3\pi-arctg\sqrt{2}}{3}+\sin\frac{3\pi+arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$\left.\begin{aligned}\cos(A+B)&=\cos A\cos B-\sin A\sin B\\ \cos(A-B)&=\cos A\cos B+\sin A\sin B\end{aligned}\right\}\Rightarrow\boxed{\cos(A+B)+\cos(A-B)=2\cos A\cos B}$$

$$\left.\begin{aligned}\sin(A+B)&=\sin A\cos B+\cos A\sin B\\ \sin(A-B)&=\sin A\cos B-\cos A\sin B\end{aligned}\right\}\Rightarrow\boxed{\sin(A+B)+\sin(A-B)=2\sin A\cos B}$$

$$\left.\begin{aligned} A + B &= \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} \\ A - B &= \frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} \end{aligned}\right\} +$$

$$2A = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2} + 3\pi + arctg\sqrt{2}}{3}$$

$$2A = \frac{6\pi}{3} \Rightarrow 2A = 2\pi \Rightarrow \boxed{A = \pi}$$

$$Nga : A + B = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} \Rightarrow B = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - A$$

$$Zavendësojmë - \boxed{A = \pi} \Rightarrow B = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - \pi = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2} - 3\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{B = -\frac{arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$\cos\frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = 2\cos\pi\cos\left(-\frac{arctg\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\boxed{\cos\frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = -2\cos\frac{arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$Nga :$

$$\left.\begin{aligned} A + B &= \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} \\ A - B &= \frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} \end{aligned}\right\} + \Rightarrow 2A = 2\pi \Rightarrow \boxed{A = \pi}$$

$$\Rightarrow B = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - \pi \Rightarrow B = \frac{3\pi - arctg\sqrt{2} - 3\pi}{3}$$

$$\boxed{B = -\frac{arctg\sqrt{2}}{3}} \Rightarrow$$

$$\sin\frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \sin\frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = -2\sin\pi\cos\left(-\frac{arctg\sqrt{2}}{3}\right) = -2(0)\cos\frac{arctg\sqrt{2}}{3} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin\frac{3\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \sin\frac{3\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = 0}$$

$$x_2' = \sqrt{3}\left(-2\cos\frac{arctg\sqrt{2}}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x_2' = -2\sqrt{3}\cos\frac{arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$x_3' = u\varepsilon_2 + v\varepsilon_1$$

$$x_3' = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3}\right)\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\left(\cos\frac{-\pi + arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{-\pi + arctg\sqrt{2}}{3}\right)\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$x_3' = \sqrt{3}\left(\cos(\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \frac{4\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \frac{4\pi}{3})\right) + \sqrt{3}\left(\cos(\frac{2\pi}{3} + \frac{-\pi + arctg\sqrt{2}}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3} + \frac{-\pi + arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$x_3' = \sqrt{3}(\cos\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3}) + \sqrt{3}(\cos\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3} + i\sin\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3})$$

$$x_3' = \sqrt{3}\left((\cos\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3}) + i(\sin\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \sin\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3})\right)$$

$$\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A\cos B$$

$$\left.\begin{aligned} A+B &= \frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} \\ A-B &= \frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3} \end{aligned}\right\} + \Rightarrow B = \frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - A \Rightarrow B = \frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} - \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{5\pi - arctg\sqrt{2} - 3\pi}{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$2A = \frac{6\pi}{3} \Rightarrow 2A = 2\pi \Rightarrow \boxed{A = \pi}$$

$$\boxed{\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2\sin A\cos B}$$

$$\Rightarrow \cos\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = 2\cos\pi\cos\frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3}$$

$$\boxed{\cos\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \cos\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = -2\cos\frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$\sin\frac{5\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + \sin\frac{\pi + arctg\sqrt{2}}{3} = 2\sin\pi\cos\frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3} = 0$$

$Sepse: (\sin\pi = 0)$

$$x_3' = \sqrt{3}(-2\cos\frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3} + 0i) \Rightarrow$$

$$\boxed{x_3' = -2\sqrt{3}\cos\frac{2\pi - arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$Nga:$

$$\boxed{x=-2+x'} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=-2+x_1' \\ x_2=-2+x_2' \\ x_3=-2+x_3' \end{array}\right\} dhe \boxed{\begin{array}{l} x_1'=2\sqrt{3}\cos\dfrac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3} \\ \\ x_2'=-2\sqrt{3}\cos\dfrac{arctg\sqrt{2}}{3} \\ \\ x_3'=-2\sqrt{3}\cos\dfrac{2\pi-arctg\sqrt{2}}{3} \end{array}} \Rightarrow$$

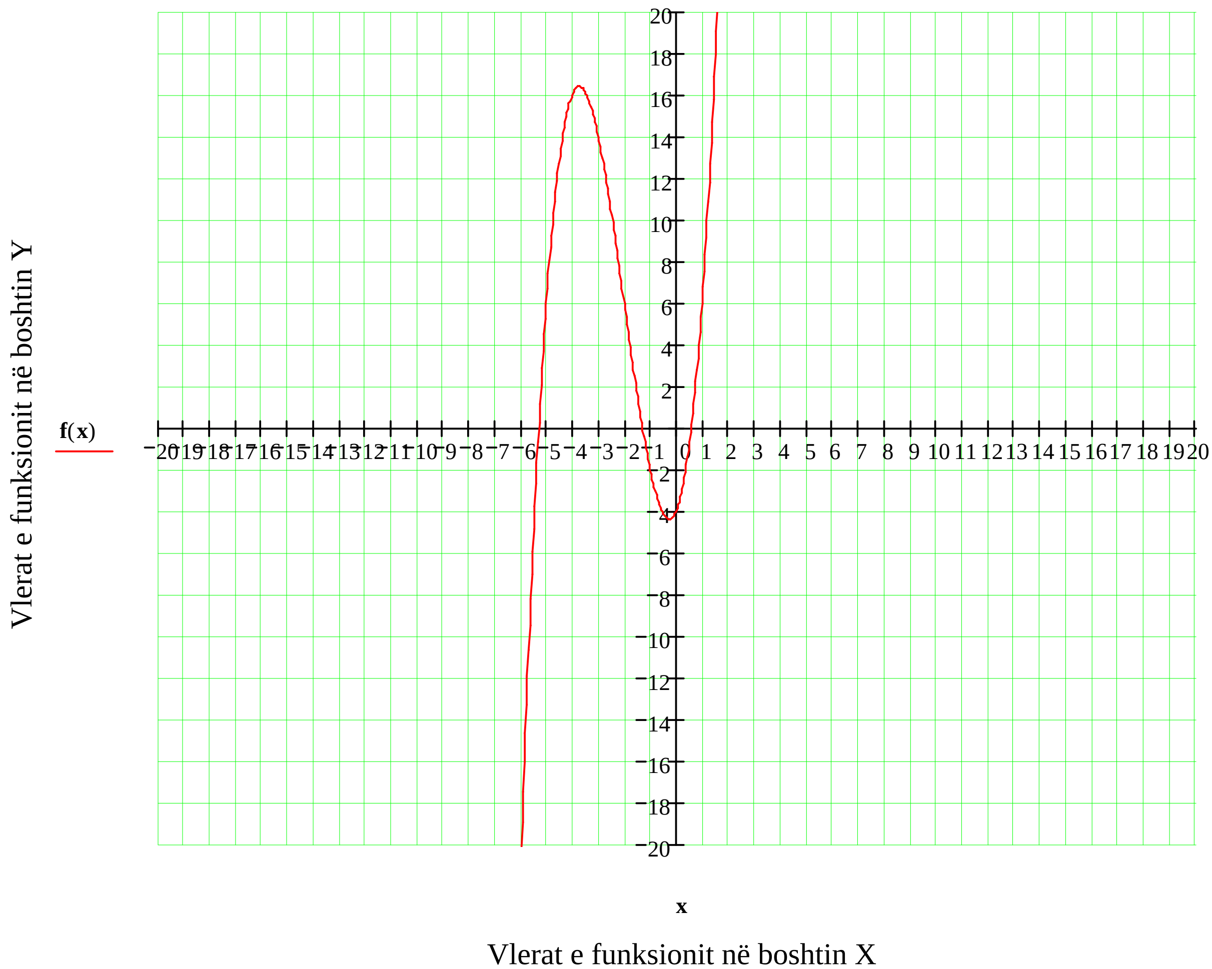
$$\boxed{x_1=-2+2\sqrt{3}\cos\frac{\pi-arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$\boxed{x_2=-2-2\sqrt{3}\cos\frac{arctg\sqrt{2}}{3}}$$

$$\boxed{x_3=-2-2\sqrt{3}\cos\frac{2\pi-arctg\sqrt{2}}{3}}$$

Përfundimisht, shprehjet e fundit paraqesin zgjidhjet e ekuacionit të dhënë kurse grafiku i funksionit është në faqen vijuese.

Paraqitja grafike e ekuacionit x^3+6*x^2+3*x-4=0



Zgjidhjet e ekuacionit të dhënë janë:

$$X_1 = 0.5842254432$$

$$X_2 = -1.294280360$$

$$X_3 = -5.289945083$$

$$X^4 - 4X^3 + 6X^2 - 2X + 1 = 0$$

$$\boxed{x = a + x'}$$

$$\left(a + x'\right)^4 - 4\left(a + x'\right)^3 + 6\left(a + x'\right)^2 - 2\left(a + x'\right) + 1 = 0$$

$$a^4 + 4a^3x' + 6a^2x'^2 + 4ax'^3 + x'^4 - 4(a^3 3a^2x' + 3ax'^2 + x'^3) + 6(a^2 + 2ax' + x'^2) - 2a - 2x' + 1 = 0$$

$$a^4 + 4a^3x' + 6a^2x'^2 + 4ax'^3 + x'^4 - 4a^3 - 12a^2x' - 12ax'^2 - 4x'^3 + 6a^2 + 12ax' + 6x'^2 - 2a - 2x' + 1 = 0$$

$$x'^4 + (4a - 4)x'^3 + (6a^2 - 12a + 6)x'^2 + (4a^3 - 12a^2 + 12a - 2)x' + (a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$4a - 4 = 0 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{4} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$\boxed{x = 1 + x'}$$

$$x'^4 + (4*1 - 4)x'^3 + (6*1^2 - 12*1 + 6)x'^2 + (4*1^3 - 12*1^2 + 12*1 - 2)x' + (1^4 - 4*1^3 + 6*1^2 - 2*1 + 1) = 0$$

$$\boxed{x'^4 + 2x' + 2 = 0}$$

$$\boxed{x' = u + v + w}$$

$$x'^2 = u^2 + v^2 + w^2 + 2uv + 2uw + 2vw$$

$$x'^2 - (u^2 + v^2 + w^2) = 2(uv + uw + vw) /^2$$

$$x'^4 - 2(u^2 + v^2 + w^2)x'^2 + (u^2 + v^2 + w^2)^2 = 4(uv + uw + vw)^2$$

$$x'^4 - 2(u^2 + v^2 + w^2)x'^2 + (u^2 + v^2 + w^2)^2 = 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2 + 2u^2vw + 2uv^2w + 2uvw^2$$

$$x'^4 - 2(u^2 + v^2 + w^2)x'^2 + (u^2 + v^2 + w^2)^2 = 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2) + 8uvw(u + v + w)$$

$$x'^4 - 2(u^2 + v^2 + w^2)x'^2 + (u^2 + v^2 + w^2)^2 = 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2) + 8uvwx'$$

$$x'^4 - 2(u^2 + v^2 + w^2)x'^2 - 8uvwx' + (u + v + w)^2 - 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} -2(u^2 + v^2 + w^2) = 0 / : (-2) \\ -8uvw = 2 / : (-8) \\ (u^2 + v^2 + w^2)^2 - 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} u^2 + v^2 + w^2 = 0 \\ uvw = -\dfrac{1}{4} /^2 \\ 0^2 - 4(u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} u^2 + v^2 + w^2 = 0 \\ u^2v^2w^2 = \dfrac{1}{16} \\ u^2v^2 + u^2w^2 + v^2w^2 = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} &u^2+v^2+w^2=0\\ &u^2v^2+u^2w^2+v^2w^2=-\frac{1}{2}\\ &u^2v^2w^2=\frac{1}{16}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \boxed{\begin{aligned}u^2&=z_1\\ v^2&=z_2\\ w^2&=z_3\end{aligned}}\Rightarrow \boxed{\begin{aligned}&z_1+z_2+z_3=0\\ &z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3=-\frac{1}{2}\\ &z_1z_2z_3=\frac{1}{16}\end{aligned}}$$

$$(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)=0$$
$$z^3-(z_1+z_2+z_3)z^2+(z_1z_2+z_1z_3+z_2z_3)z-z_1z_2z_3=0$$
$$z^3-0*z^2+(-\frac{1}{2})z-\frac{1}{16}=0$$
$$z^3-\frac{1}{2}z-\frac{1}{16}=0$$

$$\boxed{z=u+v}\,/^3\Rightarrow z^3=(u+v)^3$$
$$z^3=u^3+3u^2v+3uv^2+v^3$$
$$z^3=u^3+v^3+3uv(u+v)$$
$$z^3=u^3+v^3+3uvz$$
$$\boxed{z^3-3uvz-(u^3+v^3)=0}-\mathrm{Re}\,zolventa-kubike-e-Eulerit.$$

$$\left.\begin{aligned}&-3uv=-\frac{1}{2}\Rightarrow uv=\frac{1}{6}/^3\Rightarrow u^3v^3=\frac{1}{216}\\ &-(u^3+v^3)=-\frac{1}{16}\Rightarrow u^3+v^3=\frac{1}{16}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$Zavendësojmë:\boxed{\begin{aligned}u^3&=t_1\\ v^3&=t_2\end{aligned}}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned}&t_1+t_2=\frac{1}{16}\\ &t_1t_2=\frac{1}{216}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\boxed{t^2-\frac{1}{16}t+\frac{1}{216}=0}\Rightarrow$$

$$t_{1/2}=\frac{\frac{1}{16}\pm\sqrt{\frac{1}{256}-\frac{4}{216}}}{2}=\frac{\frac{1}{16}\pm\sqrt{\frac{1}{256}-\frac{1}{54}}}{2}=\frac{\frac{1}{16}\pm\sqrt{\frac{54-256}{54*256}}}{2}$$

$$\left.t_{1/2}=\frac{\frac{1}{16}\pm\sqrt{-\frac{202}{54*216}}}{2}=\frac{\frac{1}{16}\pm i\sqrt{\frac{101}{27*216}}}{2}\right\}\Rightarrow \left.t_{1/2}=\frac{\frac{1}{16}\pm i\frac{1}{16*3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{2}\right\}\Rightarrow \left.t_{1/2}=\frac{1}{32}\pm\frac{1}{32*3}\sqrt{\frac{101}{3}}i\right\}\Rightarrow$$

$$\left.t_{1/2}=\frac{1}{32}(1\pm\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)\right\}\Rightarrow$$

$$\left.t_{1/2}=\frac{1}{32}(1\pm\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)\right\}\Rightarrow \boxed{t_1=\frac{1}{32}(1+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)};\ \boxed{t_2=\frac{1}{32}(1-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)}$$

$$u^3=t_1\Rightarrow u=\sqrt[3]{t_1}\Rightarrow u=\sqrt[3]{\frac{1}{32}(1+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)}\Rightarrow \boxed{u=\frac{1}{\sqrt[3]{32}}\sqrt[3]{1+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i}}$$

$$v^3=t_2\Rightarrow v=\sqrt[3]{t_2}\Rightarrow v=\sqrt[3]{\frac{1}{32}(1-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i)}\Rightarrow \boxed{v=\frac{1}{\sqrt[3]{32}}\sqrt[3]{1-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i}}$$

$$\left.u=\frac{1}{\sqrt[3]{32}}\sqrt[3]{1+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i}\right\}\Rightarrow w_1=1+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}i$$

$$\boxed{w_1=r_1(\cos\phi_1+i\sin\phi_1)}$$

$$r_1=\sqrt{1+(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}})^2}\Rightarrow r_1=\sqrt{1+\frac{1}{9}\frac{101}{3}}=\sqrt{\frac{27+101}{27}}\Rightarrow \boxed{r_1=\sqrt{\frac{128}{27}}}$$

$$\boxed{\phi_1=arctg(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}})}\Rightarrow w_1=r_1(\cos\phi_1+i\sin\phi_1)\Rightarrow w_1=\sqrt{\frac{128}{27}}\left(\cos(arctg(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}))+i\sin(arctg(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}))\right)$$

$$\sqrt[3]{w_1}=\sqrt[3]{\sqrt{\frac{128}{27}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow \sqrt[3]{w_1}=\sqrt{\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{27}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow$$

$$\sqrt[3]{w_1}=\sqrt{\frac{4\sqrt[3]{2}}{3}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow \boxed{u=\frac{1}{\sqrt[3]{8*4}}\sqrt[3]{w_1}}$$

$$u=\frac{1}{2\sqrt[3]{4}}\sqrt{\frac{4\sqrt[3]{2}}{3}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow u=\frac{2\sqrt[6]{2}}{2\sqrt[3]{4}\sqrt{2}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)$$

$$u=\frac{2^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{2}{3}}3^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow u=\frac{2^{\frac{1}{6}-\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow$$

$$u=\frac{2^{\frac{1-4}{6}}}{3^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow u=\frac{2^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow$$

$$u=\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}3^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow u=\frac{1}{6^{\frac{1}{2}}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\Rightarrow$$

$$\boxed{u=\frac{1}{\sqrt{6}}\left(\cos\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)}$$

$$\boxed{u=\frac{1}{\sqrt{6}}\left(\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)}\Rightarrow\boxed{uv=\frac{1}{6}}\Rightarrow\boxed{v=\frac{1}{6u}}$$

$$\left.v=\frac{1}{6u}=\frac{1}{\frac{6}{\sqrt{6}}\left(\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)}\right\}\Rightarrow\boxed{v=\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)}$$

$$z_1=u+v$$

$$\left.z_1=\frac{\sqrt{6}}{6}2\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right\}\Rightarrow\boxed{z_1=\frac{\sqrt{6}}{3}\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}$$

$$\left.\begin{array}{l}z_2=u\varepsilon_1+v\varepsilon_2\\ z_3=u\varepsilon_2+v\varepsilon_1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\varepsilon_1=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\\ \varepsilon_2=\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$z_2=\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos(-\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin(-\frac{arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3})\right)\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$z_2=\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos\frac{2\pi+arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{2\pi+arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)+\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos\frac{4\pi-arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{4\pi-arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)$$

$$z_2=\frac{\sqrt{6}}{6}\left((\cos\frac{2\pi+arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+\cos\frac{4\pi-arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3})+i(\sin\frac{2\pi+arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+\frac{4\pi-arctg\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3})\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos(A+B)+\cos(A-B)=2\cos A\cos B\\ \sin(A+B)+\sin(A-B)=2\sin A\cos B\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}A+B=\dfrac{2\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\\ A-B=\dfrac{4\pi-arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\end{array}\right\}+\Rightarrow 2A=\frac{6\pi}{3}\Rightarrow 2A=2\pi\Rightarrow \boxed{A=\pi}$$

$$\left.B=\frac{2\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}-\pi\right\}\Rightarrow \boxed{B=\frac{-\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}\Rightarrow \left.z_2=\frac{\sqrt{6}}{6}2\cos\pi\cos\frac{-\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right\}\Rightarrow pasi(\cos\pi=-1)$$

$$\Rightarrow \boxed{z_2=-\frac{\sqrt{6}}{3}\cos\frac{-\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}$$

$$\boxed{z_3=u\varepsilon_2+v\varepsilon_1}\Rightarrow z_3=\frac{\sqrt{6}}{6}\left(\cos\frac{4\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{4\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+\cos\frac{2\pi-arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}+i\sin\frac{2\pi-arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}A+B=\dfrac{4\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\\ A-B=\dfrac{2\pi-arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\end{array}\right\}+\Rightarrow 2A=2\pi\Rightarrow \boxed{A=\pi}$$

$$\left.B=\frac{4\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}-\pi\right\}\Rightarrow \boxed{B=\frac{\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}\Rightarrow$$

$$\left.z_3=\frac{\sqrt{6}}{6}2\cos\pi\cos\frac{\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}\right\}pasi(\cos\pi=-1)\Rightarrow \boxed{z_3=-\frac{\sqrt{6}}{3}\cos\frac{\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}x_1'=\frac{1}{2}(\sqrt{z_1}+\sqrt{z_2}+\sqrt{z_3})\\ x_2'=\frac{1}{2}(\sqrt{z_1}-\sqrt{z_2}-\sqrt{z_3})\\ x_3'=\frac{1}{2}(-\sqrt{z_1}+\sqrt{z_2}-\sqrt{z_3})\end{array}}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\boxed{z_1=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\dfrac{arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}\\ \boxed{z_2=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\dfrac{-\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}\\ \boxed{z_3=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\cos\dfrac{\pi+arctg\,\frac{1}{3}\sqrt{\frac{101}{3}}}{3}}\end{array}\right\}Nga:\boxed{x=1+x'}\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}x_1=1+x_1'\\ x_2=1+x_2'\\ x_3=1+x_3'\\ x_4=1+x_4'\end{array}}$$

Literatura :

1. ‘Kursi i algjebrës së lartë’, Prof. Dr. Aleko Minga, Tiranë, 1973/78
2. ‘Kursi i algjebrës së lartë’, Prof. Dr. Emrush Gashi, Prishtinë, 1975
3. ‘Matematika I dhe II’, Prof. Dr. Ismet Dehiri, Prishtinë, 1989
4. ‘Linearna algebra, polinomi, analiticka geometrija’, D.S. Mitrinovic, GK, 1985

Gjatë punimit gjithashtu janë shfrytëzuar këto programe kompjuterike:

1. Mathtype 5.2c
2. Mathcad 13
3. Matlab 7.0